Logica

waar of onwaar

W=kunde+

Wim Berkelmans

Handleiding voor de docent

faculteit der *exacte* wetenschappen

vrije Universiteit *amsterdam*

versie 2, december 2009

© 2005 Wim Berkelmans, Amstelveen

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de auteur.

Inhoud

Inleiding	5
Enkele puzzels	6
Redeneren	8
Propositielogica	11
Waarheid	13
Model	18
Rekenen in de propositielogica	20
De prinses of de tijger	21
Logigram	24
Predicatenlogica	28

Inleiding

Dit boek *Logica* is een introductie in de wiskundige logica en met name de propositielogica.
Doel van dit boek is:
- Leerlingen kennis laten maken met logica.
- In zinnen in de natuurlijke taal structuur leren herkennen en deze omzetten naar een formele taal, de propositielogica.
- Problemen vertalen naar de logica en daar oplossen.
- Leren formeel redeneren.

We beperken ons in dit boek tot de propositielogica.
Je leert een methode om enerzijds op een systematische manier tot een oplossing van een probleem te komen en anderzijds om meer zekerheid te krijgen (door het gebruik van de methode) over je oplossing.

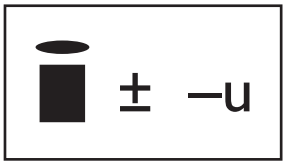
Zinnen uit de natuurlijke taal, het Nederlands, worden omgezet naar een formele, wiskundige, taal, de propositielogica. Probeer als docent ook andere Nederlandse zinnen te gebruiken als voorbeeld. Leerlingen kunnen ook zelf een aantal zinnen bedenken en vervolgens de onderlinge consistentie van deze zinnen nagaan. Op deze manier kunnen hele verhalen worden geanalyseerd.

De hoofdstukken *Enkele puzzels* en *Redeneren* geven een beeld van de verwarring en complexiteit die kan ontstaan wanneer we iets gaan beredeneren. Deze hoofdstukken dienen dan ook luchtig te worden bekeken. In latere hoofdstukken wordt een systematische uitwerking van de propositielogica gegeven. In deze latere hoofdstukken leer je dit soort problemen met behulp van logica systematisch aan te pakken, waarbij bepaalde technieken, zoals waarheidstabellen, heel nuttig blijken te zijn.

Bij een deel van de opgaven kan het antwoord in het werkboek worden geschreven. Bij sommige antwoorden zal echter in het boek te weinig ruimte beschikbaar zijn.

Enkele puzzels

Deze puzzels dienen als illustratie van het soort problemen waar logica een rol kan spelen. Leerlingen worden niet geacht deze problemen te kunnen oplossen, maar ze kunnen er wel over praten en redeneren. Ze zullen de puzzels misschien als complex en ondoorgrondelijk ervaren. Het verrassende is dan dat later de puzzels *Wie heeft gelijk?*, *Moord* en *De prinses of de tijger* uiteindelijk met propositielogica relatief eenvoudig kunnen worden opgelost. Daaruit blijkt hoe nuttig gestructureerd werken en logica is. Probeer daarom eerst met gewoon redeneren de problemen op te lossen; gebruik niet de waarheidstabellen.



Rebus

Er staat achtereenvolgens een dikke, logge i en circa (= ca) en –u (= –ge). Haal nu uit *logge-i-ca* de letters *ge* weg en je houdt *logica* over.

Let op: deze tabellen pas gebruiken nadat het hoofdstuk *Waarheid* is behandeld.

Wie heeft gelijk?

Vertaalsleutel

a = *Anja heeft gelijk*
b = *Bert heeft gelijk*
c = *Cindy heeft gelijk*

Probeer hier door erover te redeneren helderheid over te krijgen. Het zal lastig zijn om iedereen van de conclusies te overtuigen. Gebruik hier nog niet de techniek van de waarheidstabellen. Deze puzzel kan worden opgelost nadat het hoofdstuk *Waarheid* is behandeld. Uit de waarheidstabel blijkt dat de redenering niet klopt. In de tabel zijn twee tegenvoorbeelden gemarkeerd, waarbij de twee eerste zinnen waar zijn en Cindy toch gelijk heeft.

a	b	c	$\neg a \rightarrow b$	$c \rightarrow (\neg a \rightarrow \neg b)$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

waarheidstabel
Wie heeft gelijk?

Moord

Vertaalsleutel

a = *Ad is schuldig*
b = *Ben is schuldig*
c = *Cor is schuldig*

Probeer hier door erover te redeneren helderheid over te krijgen. Het zal lastig zijn om iedereen van de conclusies te overtuigen. Gebruik hier nog niet de techniek van de waarheidstabellen. Deze puzzel kan ook worden opgelost nadat het hoofdstuk *Waarheid* is behandeld.
Als alle drie de verdachten onschuldig zijn, dan hebben Ad en Cor gelogen.
Als ze alle drie de waarheid spraken, dan is Ben schuldig (zie de eerste gemarkeerde rij in de tabel).
Als de onschuldigen de waarheid spraken en de schuldigen logen, dan zijn Ad en Cor schuldig (zie de tweede gemarkeerde rij in de tabel).

a	b	c	$b \wedge \neg c$	$a \rightarrow c$	$\neg c \wedge (a \vee b)$
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0

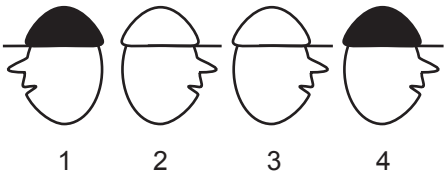
waarheidstabel
Moord

De prinses of de tijger

Deze puzzel wordt behandeld in het hoofdstuk *De prinses of de tijger*.

Vier jongens met een witte of zwarte pet

Jongen 3 ziet alleen een zwarte pet. Hij redeneert nu als volgt:
Als ik ook een zwarte pet op heb, dan ziet jongen 2 twee zwarte petten en dan roept hij meteen dat hij zelf een witte pet op heeft. Maar jongen 2 zegt niets, dus moet ik zelf een witte pet op hebben.
Dus jongen 3 geeft als eerste het juiste antwoord.

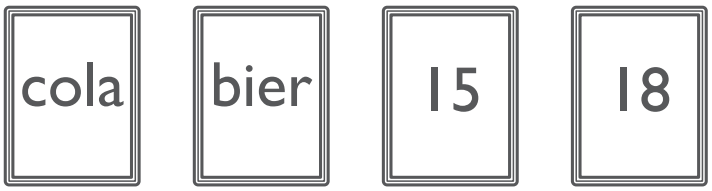


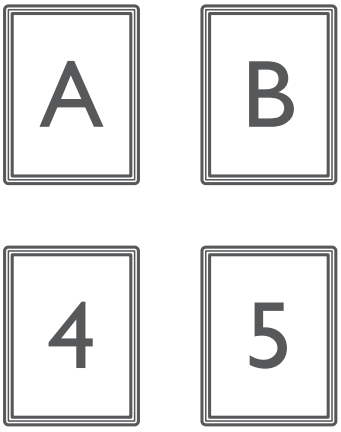
Drie jongens met blinddoek

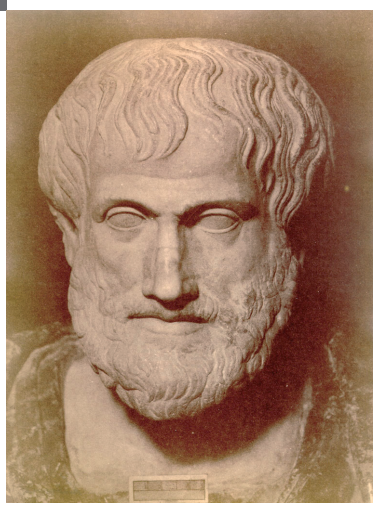
De derde jongen redeneert als volgt:
De eerste jongen ziet niet twee witte petten, want anders zou hij weten dat hij zelf een rode op heeft. Dus de tweede jongen heeft een rode pet op, of ik heb zelf een rode pet op. Als de tweede jongen bij mij een witte pet ziet, kan hij bedenken dat hij zelf een rode pet op heeft, want anders zou de eerste jongen twee witte petten hebben gezien. Maar de tweede jongen weet het niet, dus de tweede jongen ziet bij mij een rode pet.

Vier kaarten

Uitgangspunt is dat op elke kaart aan de ene kant een letter en aan de andere kant een getal staat.
Veel mensen (50%) draaien de kaart met de A om, om te kijken of aan de achterkant een even getal staat, en de kaart met de 4, om te kijken of aan de achterkant een klinker staat. Maar dit laatste is niet noodzakelijk het geval.
Je moet de A en de 5 omdraaien. Je draait de 5 om om te kijken of er op de achterkant geen klinker staat, want anders zou op de voorkant een even getal moeten staan.
Probeer met de leerlingen ook eens deze variant:
Als iemand alcohol drinkt, dan moet hij minstens zestien jaar zijn. Op de kaarten staat op de ene kant van iemand aangegeven wat hij drinkt en op de andere kant hoe oud hij is.
Hierbij blijkt 95% de juiste kaarten om te draaien.







Aristoteles

Alle mensen zijn sterfelijk.
Socrates is een mens.

Socrates is sterfelijk.

Premisse 1
Premisse 2

Conclusie

Redeneren

Dit hoofdstuk geeft een historische achtergrond. De opgaven geven een beeld van de problemen die bij het redeneren kunnen ontstaan. Ze zijn vrij lastig en dienen slechts om de gedachte erover te laten gaan en een discussie te starten. Ze hoeven hier niet meteen begrepen te worden. Stel eventueel (een deel van) de opgaven uit tot een later moment.

Opgave 1 en 2

niet correct

Sommige landen hebben een koning.
Belgie heeft een koning.

Alle landen hebben een koning.

Sommige l zijn k.
B is k.

Alle l zijn k.

correct

Alle eiken zijn bomen.
Alle bomen zijn planten.

Alle eiken zijn planten.

Alle e zijn b.
Alle b zijn p.

Alle e zijn p.

correct

Alle kinderen zijn jong.
Sommige mensen zijn niet jong.

Sommige mensen zijn geen kind.

Alle k zijn j.
Sommige m zijn niet j.

Sommige m zijn niet k.

niet correct

Alle kinderen in deze klas zijn lief.
Alle kinderen in deze klas hebben honger.

Iedereen die lief is heeft honger.

Alle k zijn l.
Alle k zijn h.

Als l dan h.

correct

Als Hans jarig is geeft hij een feestje.
Hans is jarig.

Hans geeft een feestje.

Als h dan f.
h.

---

f.

correct

Alles wat groen is is zwart.
Gras is groen.

Gras is zwart.

Als g dan z.
G is g.

G is z.

niet correct

Sommige mensen zijn dik.
Hans is dik.

Hans is een mens.

Sommige m zijn d.
H is d.

H is m.

niet correct

Geen dier is een plant.
Geen boom is een dier.

Alle bomen zijn planten.

Alle d zijn niet p.
Alle b zijn niet d.

Alle b zijn p.

Opgave 3

Sommige luizen zijn klein.
Bert is een luis.

Alle luizen zijn klein.

Alle eekhoorns zijn bruin.
Alles wat bruin is is van peperkoek.

Alle eekhoorns zijn van peperkoek.

Alle klanten zijn jarig.
Sommige mensen zijn niet jarig.

Sommige mensen zijn geen klant.

Al deze kisten zijn leeg.
Al deze kisten zijn van hout.

Alles wat leeg is is van hout.

Als hij het is, dan fluit ik.
Hij is het.

Ik fluit.

Iedereen die groot is is zwaar.
Gert is groot.

Gert is zwaar.

Sommige mannen zijn dik.
Hanny is dik.

Hanny is een man.

Geen dertiger is een peuter.
Geen baby is een dertiger.

Alle baby's zijn peuters.

Sommige l zijn k.
B is k.

Alle l zijn k.

Alle e zijn b.
Alle b zijn p.

Alle e zijn p.

Alle k zijn j.
Sommige m zijn niet j.

Sommige m zijn niet k.

Alle k zijn l.
Alle k zijn h.

Als l dan h.

Als h dan f.
h.

---

f.

Als g dan z.
G is g.

G is z.

Sommige m zijn d.
H is d.

H is m.

Alle d zijn niet p.
Alle b zijn niet d.

Alle b zijn p.

Als Mark ziek is, blijft hij thuis.
Mark is ziek.

Mark blijft thuis.

Structuur
Als z, dan t
z

t

Als Mark ziek is, blijft hij thuis.
Mark blijft niet thuis.

Mark is niet ziek.

Structuur
Als z, dan t
Niet t

Niet z

Mark is niet zowel ziek als blij.
Mark is ziek.

Mark is niet blij.

Structuur
Niet (z en b)
z

Niet b

Mark is of ziek of blij.
Mark is ziek.

Mark is niet blij.

Structuur
of z of b
z

niet b

Mark is of ziek of blij.
Mark is niet blij.

Mark is ziek.

Structuur
of z of b
niet b

z

Stoïcijnse logica

Opgave 5

Let op: in de structuur van het tweede redeneerschema staat het fout voorgedaan in het werkboek.

Opgave 6

Als Hans jarig is, geeft hij een feest. Hans is jarig.
Geeft hij een feest? JA

Als Heleen jarig is geeft zij een feest. Heleen geeft geen feest.
Is zij jarig? NEE

We gaan niet zowel naar Frankrijk als naar Spanje op vakantie.
We gaan naar Frankrijk op vakantie.
Gaan we ook naar Spanje? NEE

We gaan ofwel voetballen ofwel naar de film. We gaan voetballen.
Gaan we ook naar de film? NEE

We krijgen ofwel chips of pinda's. We krijgen geen pinda's.
Krijgen we wel chips? JA

Merk op dat in het volgende hoofdstuk de betekenis van het woord *of* bij de propositielogica afwijkt van het gebruik van *of* ... *of* ... in de redeneerschema's van de Stoïcijnen.

Propositielogica

Opgave 7

Matilda komt niet naar het feestje	$\neg m$
Peter komt naar het feestje en Matilda komt ook	$p \wedge m$
Francisca komt niet naar het feestje	$\neg f$
Peter komt naar het feestje of Peter komt niet	$p \vee \neg p$
Peter komt naar het feestje of Francisca komt	$p \vee f$
Mathilda komt naar het feestje als Peter niet komt	$\neg p \rightarrow m$
Peter komt naar het feestje dan en slechts dan als Francisca niet komt	$p \leftrightarrow \neg f$
Peter komt naar het feestje als Mathilda en Francisca niet komen	$(\neg m \wedge \neg f) \rightarrow p$

Vertaalsleutel

p = *Peter komt naar het feestje*
m = *Matilda komt naar het feestje*
f = *Francisca komt naar het feestje*

Opgave 8

Peter en Mark gaan naar school	$p \wedge m$
Als Mark ziek is gaat hij toch naar school	$z \rightarrow m$
Als het regent of het is vakantie gaan Mark en Peter niet naar school	$(r \vee v) \rightarrow (\neg p \wedge \neg m)$
Als het warm is maakt Mark geen huiswerk, maar zit achter zijn computer	$w \rightarrow (\neg h \wedge c)$
Mark zit alleen in de vakantie achter zijn computer	$c \rightarrow v$

Vertaalsleutel

p = *Peter gaat naar school*
m = *Mark gaat naar school*
z = *Mark is ziek*
r = *Het regent*
v = *Het is vakantie*
w = *Het is warm*
h = *Mark maakt zijn huiswerk*
c = *Mark zit achter zijn computer*

Opgave 9

Mark gaat alleen naar school als hij zin heeft	$s \rightarrow z$
Mark gaat naar school, tenzij hij naar de dokter moet	$s \leftrightarrow \neg d$

Vertaalsleutel

s = *Mark gaat naar school*
z = *Mark heeft zin om naar school te gaan*
d = *Mark moet naar de dokter*

Vertaalsleutel

k = *Mark ruimt zijn kamer op*
b = *Els komt op bezoek*
m = *Mark moet naar school*
e = *Els moet naar school*
w = *Het is warm*
f = *Mark gaat naar de film*
g = *Els gaat naar de film*
z = *Els heeft zin om naar school te gaan*
h = *Els maakt nooit huiswerk*
r = *Het regent*
t = *Mark blijft thuis*
a = *Mark gaat naar het strand*
c = *Mark heeft huiswerk gemaakt*
d = *Els heeft huiswerk gemaakt*
i = *Mark gaat naar school*
j = *Els gaat naar school*

Opgave 10

Mark ruimt alleen zijn kamer op als Els op bezoek komt	$k \rightarrow b$
Als het niet warm is en ze hoeven niet naar school, gaan Mark en Els naar de film	$(\neg w \wedge \neg m \wedge \neg e) \rightarrow (f \wedge g)$
Els gaat alleen naar school als zij daar zin in heeft, maar huiswerk maakt zij nooit	$(j \rightarrow z) \wedge h$
Het is niet zo dat als het regent Mark niet naar school hoeft	$\neg (r \rightarrow \neg m)$
Mark blijft thuis, tenzij het warm is. Dan gaat hij naar het strand	$(w \leftrightarrow \neg t) \wedge (w \rightarrow a)$
Mark noch Els hebben hun huiswerk gemaakt, maar toch gaan zij naar school	$\neg c \wedge \neg d \wedge i \wedge j$

Opgave 11

1. Als het niet regent gaat Peter naar school.
2. Het is niet zo dat als het regent Peter naar school gaat.
3. Als het geen vakantie is, gaan Peter en Mark naar school.
4. Mark gaat naar school en als het geen vakantie is gaat Peter ook.
5. Als Mark niet naar school gaat, maakt hij huiswerk of zit achter zijn computer.
6. Als Mark huiswerk maakt of achter zijn computer zit, gaat hij niet naar school.
7. Peter gaat naar school tenzij het vakantie of warm is.
8. Als Peter naar school gaat, is het geen vakantie of het is niet warm.

1. $\neg r \rightarrow p$
2. $\neg (r \rightarrow p)$
3. $\neg v \rightarrow (p \wedge m)$
4. $(\neg v \rightarrow p) \wedge m$
5. $\neg m \rightarrow (h \vee c)$
6. $(h \vee c) \rightarrow \neg m$
7. $p \leftrightarrow \neg (v \vee w)$
8. $p \rightarrow \neg (v \wedge w)$

Vertaalsleutel

p = *Peter gaat naar school*
m = *Mark gaat naar school*
r = *Het regent*
v = *Het is vakantie*
w = *Het is warm*
h = *Mark maakt zijn huiswerk*
c = *Mark zit achter zijn computer*

Waarheid

a	¬ a
0	1
1	0

waarheidstabel negatie

Opgave 12: negatie

Opgave 13: conjunctie

a	b	a ∧ b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

waarheidstabel conjunctie

Opgave 14

a ∧ ¬ b = *Mark is ziek en niet op school*
a = *Mark is ziek*
b = *Mark is op school*

a	b	¬ b	a ∧ ¬ b
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0

waarheidstabel a ∧ ¬ b

Opgave 15: disjunctie

Bedenk dat het bij een disjunctie voldoende is dat één van de
In het bijzonder wanneer beide disjuncten waar zijn is ook de disjunctie waar. Je moet de *of* lezen als *en/of*.
Dus let op: als bijvoorbeeld *Hans is ziek* waar is en *Hans gaat naar school* is ook waar, dan is *Hans is ziek of Hans gaat naar school* ook waar.

a	b	a ∨ b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

waarheidstabel disjunctie

a	b	a ↔ b
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

waarheidstabel equivalentie

Opgave 16: equivalentie

a	b	a ∧ b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

waarheidstabel
Hans gaat op vakantie, maar Els blijft thuis

Opgave 17

Hans gaat op vakantie, maar Els blijft thuis.

a = *Hans gaat op vakantie*

b = *Els blijft thuis*

Als Hans niet op vakantie gaat, gaat Els op vakantie of ze gaat naar haar moeder.

a = *Hans gaat op vakantie*

b = *Els gaat op vakantie*

c = *Els gaat naar haar moeder*

a	b	c	¬ a	b ∨ c	¬ a → (b ∨ c)
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1

waarheidstabel
Als Hans niet op vakantie gaat, gaat Els op vakantie of ze gaat naar haar moeder

a = *2 + 2 = 5*
b = *Piet eet zijn hoed op*
c = *De zon komt op in het oosten*
d = *Sinterklaas bestaat*
e = *5 is een priemgetal*
f = *Het regent in Amsterdam*

a	b	c	$b \rightarrow a$	$b \vee c$	$a \vee c$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Opgave 18

Als 2 + 2 = 5 dan eet Piet zijn hoed op	$a \rightarrow b$	WAAR
Als Sinterklaas niet bestaat is 2 + 2 = 5	$\neg d \rightarrow a$	WAAR
2 + 2 = 5 of Sinterklaas bestaat niet	$a \vee \neg d$	WAAR
Als 5 een priemgetal is, dan regent het in Amsterdam of de zon komt niet op in het oosten	$e \rightarrow (f \vee \neg c)$	WAAR
Als 5 een priemgetal is, dan regent het niet in Amsterdam en de zon komt op in het oosten	$e \rightarrow (\neg f \wedge c)$	ONWAAR
De zon komt op in het oosten en het regent niet in Amsterdam dan en slechts dan als Sinterklaas bestaat en 2 + 2 = 5	$(c \wedge \neg f) \leftrightarrow (d \wedge a)$	ONWAAR
Als het in Amsterdam regent of 5 geen priemgetal is, dan bestaat Sinterklaas	$(f \vee \neg e) \rightarrow d$	WAAR

Opgave 19

a = *Maria is gelukkig*
b = *Peter gaat bij Maria op bezoek*
c = *Peter gaat bij zijn moeder op bezoek*

De volgende zinnen zijn waar:
1. *Maria is gelukkig als Peter op bezoek komt*
2. *Peter gaat bij Maria of bij zijn moeder op bezoek*

Maria is gelukkig of Peter gaat bij zijn moeder op bezoek

Maak daarvoor eerst een waarheidstabel voor deze zin, met de atomaire zinnen:
Vertaal de zinnen 1 en 2, waarvan je weet dat ze waar zijn, naar de propositielogica en zet deze zinnen in de tabel.

Omdat je weet dat zin 1 en zin 2 waar zijn, hoef je alleen maar te kijken naar de rijen in de tabel waarin deze zinnen allebei waar zijn. De andere rijen kun je doorstrepen.
Kijk nu in de rijen die je overhoudt naar de waarheidswaarde van de zin *Maria is gelukkig of Peter gaat bij zijn moeder op bezoek.*
Op deze manier kun je de waarheid van deze zin achterhalen.
Wat is de waarheidswaarde van deze zin? WAAR

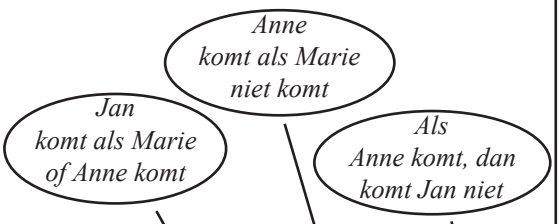
Opgave 20 a = *Mark gaat naar Engeland*
b = *Mark mag van zijn vader naar Engeland*
c = *Mark gaat dit jaar over*
d = *Mark gaat naar Frankrijk*

Stel dat de volgende (samengestelde) zinnen waar zijn,
Mark gaat naar Engeland als dat van zijn vader mag
Let op: dit wil niet zeggen dat als hij niet mag ook niet gaat. Er staat alleen maar dat hij gaat als hij mag, niet dat hij alleen maar gaat als hij mag!
Als Mark dit jaar niet overgaat mag hij van zijn vader niet naar Engeland
wat is dan de waarheidswaarde van de volgende zinnen?
Mark blijft zitten en gaat naar Engeland $\neg c \wedge a$
We kunnen stellen dat *Mark blijft zitten* equivalent is met *Mark gaat dit jaar niet over*.
Mark gaat over en gaat naar Frankrijk $c \wedge d$
Dat Mark naar Frankrijk gaat betekent niet dat hij niet naar Engeland gaat en andersom.
Van beide zinnen is de waarheidswaarde niet vast te stellen.

a	b	c	d	$b \rightarrow a$	$\neg c \rightarrow \neg b$
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1

m	j	a	$(m \vee a) \rightarrow j$	$\neg m \rightarrow a$	$a \rightarrow j$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

waarheidstabel feestje 1



m	j	a	$(m \vee a) \rightarrow j$	$\neg m \rightarrow a$	$a \rightarrow \neg j$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0

waarheidstabel feestje 2

Opgave 21

De volgende zinnen zijn waar.
1. *Jan komt als Marie of Anne komt*
2. *Anne komt als Marie niet komt*
3. *Als Anne komt, dan komt Jan*

Maak eerst een waarheidstabel voor deze situatie, met de volgende vertaalsleutel:
m = *Marie komt op het feestje*
j = *Jan komt op het feestje*
a = *Anne komt op het feestje*
Zet vervolgens de samengestelde zinnen 1, 2 en 3 in de tabel.
Lees in de tabel af wie er op het feestje komen.
Wie komt er zeker naar het feestje? Jan
Wie komt er zeker niet? niemand
En van wie weet je het niet zeker? Marie en Anne

We organiseren weer een feestje en nu zijn de volgende zinnen waar:
1. *Jan komt als Marie of Anne komt*
2. *Anne komt als Marie niet komt*
3. *Als Anne komt, dan komt Jan niet*

Wie komt er naar dit feestje? Marie en Jan

Voeg aan dit drietal zinnen nog een vierde zin toe, zodat, als deze zin ook waar zou zijn, geen enkele mogelijkheid overblijft.

Hier zijn verschillende mogelijkheden. De simpelste is bijvoorbeeld: *Marie komt niet*.
Deze zin kan niet samen met de drie andere zinnen waar zjn.
Daarmee hebben we een contradictie.

Opgave 22

Bedenk zelf een contradictie met drie zinnen die, als ze alle drie waar zouden zijn, geen enkele mogelijkheid overlaten.

Opgave 23

$a \rightarrow a$	tautologie
$((a \vee b) \wedge c) \rightarrow ((a \wedge c) \vee (b \wedge c))$	tautologie
$(a \rightarrow b) \rightarrow (\neg a \vee b)$	tautologie
$(\neg a \vee b) \rightarrow (a \rightarrow b)$	tautologie
$a \vee b \vee \neg a$	tautologie
$a \rightarrow \neg\neg a$	tautologie
$((a \vee b) \wedge \neg a) \rightarrow b$	tautologie
$((a \leftrightarrow \neg b) \wedge \neg a) \rightarrow b$	tautologie
$(((a \wedge b) \rightarrow c) \wedge a \wedge \neg c) \rightarrow \neg b$	tautologie

Opgave 24

De volgende zinnen zijn waar:
1. *Ankie slaagt alleen als Birgit slaagt.*
2. *Als Birgit slaagt, dan slaagt Carolien.*
3. *Carolien slaagt, tenzij Denise en Ankie slagen.*
4. *Als Denise slaagt, dan zakt Birgit.*

Hoeveel leerlingen slagen er minimaal? 1
Hoeveel leerlingen slagen er maximaal? 3

a	b	c	d	$a \to b$	$b \to c$	$(d \wedge a) \leftrightarrow \neg c$	$d \to \neg b$
0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0

a = *Ankie slaagt*
b = *Birgit slaagt*
c = *Carolien slaagt*
d = *Denise slaagt*

Opgave 25

Wie liegen er als
1. *Jantje zegt dat Pietje liegt.* $j \leftrightarrow \neg p$
2. *Pietje zegt dat Klaasje liegt.* $p \leftrightarrow \neg k$
3. *Klaasje zegt dat Jantje en Pietje liegen.* $k \leftrightarrow (\neg j \wedge \neg p)$

j = *Jantje spreekt de waarheid*
p = *Pietje spreekt de waarheid*
k = *Klaasje spreekt de waarheid*

Jantje en Klaasje liegen.

j	p	k	$j \leftrightarrow \neg p$	$p \leftrightarrow \neg k$	$k \leftrightarrow (\neg j \wedge \neg p)$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0

Model

Opgave 26

Bepaal van de volgende zinnen of er een model voor is.

$a \vee b$	model: a = 1 en b = 0
$a \rightarrow \neg b$	model: a = 0 en b = 0
$(a \wedge b) \rightarrow c$	model: a = 0, b = 0, c = 0
$a \wedge \neg a$	geen model, contradictie
$(a \wedge b) \rightarrow (b \wedge a)$	tautologie, elke waarheidswaarde voldoet

Heeft een tautologie een model? ja, alles voldoet
Heeft een contradictie een model? nee, nooit

Opgave 27

Groep 1
model: het regent en ik ga niet naar de film
1. *Als het regent ga ik niet naar de film.*
2. *Ik ga naar de film of het regent.*

Groep 2
model: Hans en Eddie gaan niet naar het voetballen en Els geeft een feestje
1. *Hans en Eddie gaan naar het voetballen of Els geeft een feestje.*
2. *Als Eddie niet naar het voetballen gaat, dan is het niet zo dat Hans naar het voetballen gaat en Els een feestje geeft.*

Groep 3
model: Els en Joop blijven thuis; de anderen niet
1. *Els of Anja blijft thuis.*
2. *Anja of Joop blijft niet thuis.*
3. *Joop of Erik blijft thuis.*

Opgave 28

$x = \neg (a \rightarrow ((b \wedge c) \vee (\neg b \wedge \neg c)))$
$y = ((a \rightarrow b) \vee c) \wedge (c \rightarrow \neg b)$

Maak van deze zinnen waarheidstabellen.
Is ieder model voor x ook een model voor y? JA
En andersom? NEE
Is $x \rightarrow y$ een tautologie? JA
En $y \rightarrow x$? NEE

a	b	c	$b \wedge c$	$\neg b \wedge \neg c$	$(b \wedge c) \vee (\neg b \wedge \neg c)$	$a \rightarrow (b \wedge c) \vee (\neg b \wedge \neg c)$	$a \rightarrow b$	$(a \rightarrow b) \vee c$	$c \rightarrow \neg b$	x	y
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0

Rekenen in de propositielogica

a	b	a ∨ b	b ∨ a
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

Opgave 29

(a ∨ b) ↔ (b ∨ a)
(a ∧ b) ↔ (b ∧ a)

a	b	a ∧ b	b ∧ a
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

Opgave 30

(a ∧ (b ∨ c)) ↔ ((a ∧ b) ∨ (a ∧ c))
(a ∨ (b ∧ c)) ↔ ((a ∨ b) ∧ (a ∨ c))

a	b	c	b ∨ c	a ∧ (b ∨ c)	a ∧ b	a ∧ c	(a ∧ b) ∨ (a ∧ c)	b ∧ c	a ∨ (b ∧ c)	a ∨ b	a ∨ c	(a ∨ b) ∧ (a ∨ c)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Opgave 31

¬ (a ∨ b) ↔ (¬ a ∧ ¬ b)
¬ (a ∧ b) ↔ (¬ a ∨ ¬ b)

a	b	a ∨ b	¬ (a ∨ b)	¬ a	¬ b	¬ a ∧ ¬ b	a ∧ b	¬ (a ∧ b)	¬ a ∨ ¬ b
0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	0	0

Opgave 32

Tenslotte hebben we nog de *associatieve wet*. In de rekenkunde geldt (a + b) + c = a + (b + c) en (a x b) x c = a x (b x c). Bedenk de twee vergelijkbare wetten in de propositielogica.

((a ∨ b) ∨ c) ↔ (a ∨ (b ∨ c))
((a ∧ b) ∧ c) ↔ (a ∧ (b ∧ c))

De prinses of de tijger

Situatie 1

De gevangene krijgt te horen dat één van de twee zinnen waar is en de andere onwaar.

Is het mogelijk dat de zin op deur 1 waar is en dus de zin op deur 2 onwaar? NEE
Zo ja, wie zit er dan achter de deur 1?
En wie achter deur 2?

Is het mogelijk dat de zin op deur 1 onwaar is en dus de zin op deur 2 waar? JA
Zo ja, wie zit er dan achter de deur 1? tijger
En wie achter deur 2? prinses

Achter welke deur zit een prinses? deur 2

p_1 = *Achter deur 1 zit een prinses*
p_2 = *Achter deur 2 zit een prinses*

Bedenk zelf waarom het niet nodig is om de zinnen *Achter deur 1 zit een tijger* en *Achter deur 2 zit een tijger* in de vertaalsleutel op te nemen.
Deze zinnen zijn de negatie van p_1 en p_2.

situatie 2

In minstens één van de twee kamers zit een prinses.
deur 1

In de andere kamer zit een tijger.
deur 2

situatie 3

Minstens één van de volgende uitspraken is waar.
1. Er zit een tijger in deze kamer.
2. Er zit een prinses in de andere kamer.
deur 1

In de andere kamer zit een prinses.
deur 2

Situatie 2

De zinnen op de deuren zijn beide waar of beide onwaar. Uit de tabel blijkt dat achter deur 1 een tijger zit en achter deur 2 een prinses.

Situatie 3

De zinnen zijn beide waar of beide onwaar.

In deze kamer zit een prinses en in de andere kamer een tijger.

In één van de kamers zit een prinses en in de andere een tijger.

P_1	P_2	$P_1 \wedge \neg P_2$	$(P_1 \wedge \neg P_2) \vee (\neg P_1 \wedge P_2)$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0

waarheidstabel situatie 1

deur 1 *deur 2*

P_1	P_2	$P_1 \vee P_2$	$\neg P_1$
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	0

waarheidstabel situatie 2

deur 1 *deur 2*

P_1	P_2	$\neg P_1 \vee P_2$	P_1
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	1	1

waarheidstabel situatie 3

situatie 4

In beide kamers zit een prinses.

deur 1

In beide kamers zit een prinses.

deur 2

deur 1 *deur 2*

p_1	p_2	$p_1 \wedge p_2$	$p_1 \leftrightarrow (p_1 \wedge p_2)$	$\neg p_2 \leftrightarrow (p_1 \wedge p_2)$
0	0	0	1	0
0	1	0	1	1
1	0	0	0	0
1	1	1	1	0

waarheidstabel situatie 4

Situatie 4

Als er een prinses in kamer 1 zit, dan is de zin op deur 1 waar; als er een tijger in zit, dan is de zin onwaar. Dit kan worden vertaald naar $p_1 \rightarrow (p_1 \wedge p_2)$ en $\neg p_1 \rightarrow \neg (p_1 \wedge p_2)$. Dit is te combineren tot $p_1 \leftrightarrow (p_1 \wedge p_2)$.
Als er een tijger in kamer 2 zit, dan is de zin op deur 2 waar; als er een prinses in zit, dan is de zin onwaar.

situatie 5

In minstens één kamer zit een prinses.

deur 1

In de andere kamer zit een prinses.

deur 2

deur 1

p_1	p_2	$p_1 \vee p_2$	$p_1 \leftrightarrow (p_1 \vee p_2)$	$\neg p_2 \leftrightarrow p_1$
0	0	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	1	1	0

waarheidstabel situatie 5

Situatie 5

De gevangene krijgt hetzelfde te horen als in situatie 4.

situatie 6

Het maakt geen verschil welke kamer u kiest.

deur 1

In de andere kamer zit een prinses.

deur 2

deur 1

p_1	p_2	$p_1 \leftrightarrow p_2$	$p_1 \leftrightarrow (p_1 \leftrightarrow p_2)$	$\neg p_2 \leftrightarrow p_1$
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	0

waarheidstabel situatie 6

Situatie 6

De gevangene krijgt hetzelfde te horen als in situatie 4.
Het maakt geen verschil welke kamer u kiest kun je lezen als in beide kamers zit een prinses of in beide kamers zit een tijger, dus: $(p_1 \wedge p_2) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2)$ of $p_1 \leftrightarrow p_2$.

deur 1 deur 2

P_1	P_2	$P_1 \leftrightarrow \neg P_2$	$P_1 \leftrightarrow (P_1 \leftrightarrow \neg P_2)$	$P_1 \wedge \neg P_2$	$\neg P_2 \leftrightarrow (P_1 \wedge \neg P_2)$
0	0		1		0
0	1		0		1
1	0		1		1
1	1		0		1

waarheidstabel situatie 7

situatie 7

Het maakt wel verschil welke kamer u kiest.

deur 1

U kunt beter de andere kamer kiezen.

deur 2

Situatie 7

De gevangene krijgt hetzelfde te horen als in situatie 4.
Het maakt wel verschil welke kamer u kiest kun je lezen als in de kamers zit niet hetzelfde, dus: $p_1 \leftrightarrow \neg p_2$.
En *U kunt beter de andere kamer kiezen* betekent dat in de andere kamer een prinses zit en in deze kamer een tijger, dus $p_1 \wedge \neg p_2$.

Situatie 8

deur 1

Op één van beide bordjes staat: *In deze kamer zit een tijger*.
Op het andere bordje staat: *In beide kamers zit een tijger*.
De bordjes zijn van de deur gevallen.
De gevangene krijgt hetzelfde te horen als in situatie 4.
We kunnen twee mogelijkheden onderscheiden:
1. Het eerste bordje is van kamer 1 en het tweede van kamer 2.
2. Andersom.

Bij mogelijkheid 1 is de vertaling van het bordje op deur 1 $\neg p_1$ en van deur 2 $\neg p_1 \wedge \neg p_2$.
Bij mogelijkheid 2 is de vertaling van het bordje op deur 1 $\neg p_1 \wedge \neg p_2$ en van deur 2 $\neg p_2$.
Volgens wat de gevangene te horen krijgt is de zin op deur 1 waar als er een prinses in kamer 1 zit, maar bij mogelijkheid 1 zegt de zin juist dat er een tijger in zit. Dus zou de zin onwaar moeten zijn, maar dan moet er een prinses in de kamer zit. Dit leidt tot een contradictie. Dus mogelijkheid 1 valt af.
We maken dus alleen een waarheidstabel voor mogelijkheid 2.

P_1	P_2	$\neg P_1 \wedge \neg P_2$	$P_1 \leftrightarrow (\neg P_1 \wedge \neg P_2)$	$\neg P_2 \leftrightarrow \neg P_2$
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	0	1
1	1	0	0	1

waarheidstabel situatie 8

Logigram

Voorbeeld 1: Wie is de gamer en waar woont hij?

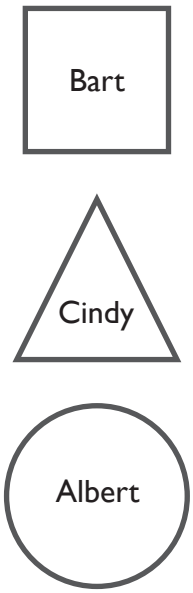
In een onder architectuur gebouwde woonwijk staan vierkante, driehoekige en ronde huizen. We kennen drie bewoners, Albert, Bart en Cindy. De vormen van hun huizen zijn verschillend en ze hebben verschillende hobby's.
We weten de volgende dingen:

1. *Cindy doet aan stijldansen*
2. *De gamer woont niet in het driehoekig huis*
3. *Bart of Albert woont in het vierkante huis*
4. *Op het ronde huis staat een sterrenkijker*
5. *Als Albert niet de stijldanser is woont hij in het ronde huis*

We gaan één voor één deze zinnen gebruiken om de tabel in te vullen.
Naar aanleiding van de eerste zin kunnen we een plus invullen bij de combinatie *Cindy-stijldansen*. En dan kunnen we meteen vaststellen dat Bart en Albert niet aan stijldansen doen en dat Cindy niet de gamer of de sterrenkundige is. Deze vier minnen kunnen we ook al in de tabel zetten.
De tweede zin levert een min op bij de combinatie *gamen-driehoek*.
Uit de derde zin kunnen we concluderen dat Cindy niet in het vierkante huis woont. Zet hiervoor een min in de tabel.
Zin 4 levert een plus bij de combinatie *sterrenkunde-rond* en daarbij ook vier minnen voor de andere combinaties.
Nu hebben we een min bij *gamen-driehoek* en een min bij *gamen-rond*. Dus blijft er maar één huis voor de gamer over, het vierkante. Zet daarom daar een plus. En zo komt er ook een plus bij *dansen-driehoek*.
Omdat Cindy danst en de danser in het driehoekige huis woont, kunnen we concluderen dat Cindy in het driehoekige huis woont. Zet daar een plus.
Nu zijn we er bijna. Zin 5 is een implicatie. We zien in de tabel dat Albert geen stijldanser is (er staat daar een min), dus moet hij in het ronde huis wonen. Zet daar een plus.
In de tabel zien we dat Albert in het ronde huis woont en in het ronde huis een sterrenkundige woont, dus dat moet Albert zijn.
Maak nu de tabel helemaal af.
Het resultaat staat nog eens in de tabel hieronder.

naam	huis			hobby		
	vierkant	driehoek	rond	gamen	sterrenkunde	stijldansen
Albert	-	-	+	-	+	-
Bart	+	-	-	+	-	-
Cindy	-	+	-	-	-	+

hobby	
gamen	+ - -
sterrenkunde	- - +
stijldansen	- + -



naam	huis	hobby
Albert	rond	sterrenkunde
Bart	vierkant	gamer
Cindy	driehoek	stijldansen

Voorbeeld 2: In de file

		reden					lengte					tijdstip				
		aanrijding	gekantelde vrachtwagen	kettingbotsing	pottenkijkers	wegwerkzaamheden	3 km	5 km	7 km	8 km	12 km	14:00	15:00	16:00	20:00	21:00
snelweg	A1	-	-	-	-	+	+	-	-	-	-	-	-	-	+	-
	A6	-	-	+	-	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-	+
	A12	-	-	-	+	-	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-
	A50	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-
	A73	+	-	-	-	-	-	-	-	+	-	+	-	-	-	-
tijdstip	14:00	+	-	-	-	-	-	-	-	+	-					
	15:00	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-					
	16:00	-	-	-	+	-	-	+	-	-	-					
	20:00	-	-	-	-	+	+	-	-	-	-					
	21:00	-	-	+	-	-	-	-	-	-	+					
lengte	3 km	-	-	-	-	+										
	5 km	-	-	-	+	-										
	7 km	-	+	-	-	-										
	8 km	+	-	-	-	-										
	12 km	-	-	+	-	-										

Afgelopen weekend ging ik mijn ouders en mijn vriendin opzoeken. Hiervoor moest ik over vijf snelwegen rijden. Op elke snelweg stond ik in de file.

1. *'s Avonds reed ik op de snelwegen met maar één cijfer.*
2. *De file op de A73 was korter dan die vanwege de kettingbotsing, maar langer dan de file van 16:00.*
3. *De file op de A12 was 2 km langer dan de file veroorzaakt door wegwerkzaamheden.*
4. *De wegwerkzaamheden en de kettingbotsing waren 's avonds.*
5. *Ik stond later in de file op de A50 dan in de file van 8 km, maar eerder dan in de file die werd veroorzaakt door pottenkijkers.*
6. *De gezamenlijke lengte van de file op de A6 en de file vanwege werkzaamheden bedraagt 15 km.*
7. *De file van 7 km werd veroorzaakt door een gekantelde vrachtwagen.*
8. *De laatste file waar ik in stond, was niet de kortste.*

snelweg	lengte	tijdstip	reden
A1	3	20:00	wegwerkzaamheden
A6	12	21:00	kettingbotsing
A12	5	16:00	pottenkijkers
A50	7	15:00	gekantelde vrachtwagen
A73	8	14:00	aanrijding

		opgave				hoe lang				hulpmiddel			
		2	3	5	8	10 min	15 min	20 min	30 min	limonade	koekje	rondlopen	spieken
wie	Jaap	-	+	-	-	-	-	+	-	-	-	-	+
	Jan	+	-	-	-	-	-	-	+	-	-	+	-
	Paul	-	-	-	+	+	-	-	-	-	+	-	-
	Piet	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	-
hulpmiddel	limonade	-	-	+	-	-	+	-	-				
	koekje	-	-	-	+	+	-	-	-				
	rondlopen	+	-	-	-	-	-	-	+				
	spieken	-	+	-	-	-	-	+	-				
hoe lang	10 min	-	-	-	+								
	15 min	-	-	+	-								
	20 min	-	+	-	-								
	30 min	+	-	-	-								

Opgave 33

Los nu de volgende twee logigrammen op.

Moeilijke opgaven

Vier jongens maakten wiskundeopgaven. Ze liepen alle vier vast op één moeilijke opgave. Zoek uit wie bij welke opgave vast liep, hoe lang ze over de opgave hebben nagedacht en met welk hulpmiddel ze de opgave uiteindelijk opgelost hebben.

1. Jaap deed twee maal zo lang over zijn opgave als Paul.
2. Piet deed langer over zijn opgave dan de jongen die een ingeving kreeg na het eten van een koekje, maar korter dan Jan, die niet heeft gespiekt.
3. Het getal van de opgave waar 15 minuten over nagedacht werd, is een priemgetal.
4. Over opgave 3 werd niet het langst nagedacht.
5. Het getal van de opgave die uiteindelijk werd opgelost door een glas limonade te drinken is hetzelfde als de som van de opgave van Jan en de opgave waar 20 minuten over nagedacht werd.

wie	opgave	hoe lang	hulpmiddel
Jaap	3	20 min	spieken
Jan	2	30 min	rondlopen
Paul	8	10 min	koekje
Piet	5	15 min	limonade

Tentamenweek

Vijf studenten moeten een wiskundetentamen maken. Hoe heet elke student, wat studeren ze en welk tentamen moeten ze maken?

1. Tristan Simons maakt een tentamen dat eindigt op een 1.
2. Het Analyse 2 tentamen wordt niet door Cindy of de natuurkunde student gemaakt.
3. Mevrouw Daniels maakt het tentamen wiskunde 1.
4. Alex, die niet Teunissen heet, doet het tentamen statistiek.
5. De vrouwen studeren biologie en wiskunde.
6. Lineaire Algebra 1 wordt door een ....kunde student gemaakt.
7. Janssen studeert geen informatica.
8. Er is precies één student wiens voornaam met dezelfde letter begint als de achternaam.
9. Het vak van de wiskundestudente bevat een getal dat 2 maal zo hoog is als het getal van het vak van de scheikundestudent.

		achternaam					vak					studie				
		Daniels	Janssen	Petersen	Simons	Teunissen	analyse 2	calculus 2	lineaire algebra 1	statistiek	wiskunde 1	biologie	informatica	natuurkunde	scheikunde	wiskunde
voornaam	Alex (m)	-	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	+	-	-	-
	Cindy (v)	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	-	-	-	-
	Johan (m)	-	+	-	-	-	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-
	Sarah (v)	-	-	-	-	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+
	Tristan (m)	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	+	-
studie	biologie	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+					
	informatica	-	-	+	-	-	-	-	-	+	-					
	natuurkunde	-	+	-	-	-	-	+	-	-	-					
	scheikunde	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-					
	wiskunde	-	-	-	-	+	+	-	-	-	-					
vak	analyse 2	-	-	-	-	+										
	calculus 2	-	+	-	-	-										
	lineaire algebra 1	-	-	-	+	-										
	statistiek	-	-	+	-	-										
	wiskunde 1	+	-	-	-	-										

voornaam	achternaam	vak	studie
Alex	Petersen	statistiek	informatica
Cindy	Daniels	wiskunde 1	biologie
Johan	Janssen	calculus 2	natuurkunde
Sarah	Teunissen	analyse 2	wiskunde
Tristan	Simons	lineaire algebra 1	scheikunde

Predicatenlogica

$\forall$	universele kwantor
$\exists$	existentiële kwantor

$\exists x(Lx \wedge Kx)$
$Lb \wedge Kb$
———
$\forall x(Lx \rightarrow Kx)$

$\forall x(Ex \rightarrow Bx)$
$\forall x(Bx \rightarrow Px)$
———
$\forall x(Ex \rightarrow Px)$

$\forall x(Kx \rightarrow Jx)$
$\exists x(Mx \wedge \neg Jx)$
———
$\exists x(Mx \wedge \neg Kx)$

$\forall x((Kx \wedge Dx) \rightarrow Lx)$
$\forall x((Kx \wedge Dx) \rightarrow Hx)$
———
$\forall x((Mx \wedge Lx) \rightarrow Hx)$

$Jh \rightarrow Fh$
Jh
———
Fh

$\forall x(Gx \rightarrow Zx)$
Gg
———
Zg

$\exists x(Mx \wedge Dx)$
Dh
———
Mh

$\neg\exists x(Dx \wedge Px)$
$\neg\exists x(Bx \wedge Dx)$
———
$\forall x(Bx \rightarrow Px)$

$\forall x(Mx \rightarrow Sx)$
Ms
———
Ss

Opgave 34

Vertaal enkele andere syllogismes naar de predicatenlogica. Hiermee worden de syllogismes van opgave 1 op bladzijde 8 en 9 bedoeld.

Sommige landen hebben een koning.
Belgie heeft een koning.
———
Alle landen hebben een koning.

Alle eiken zijn bomen.
Alle bomen zijn planten.
———
Alle eiken zijn planten.

Alle kinderen zijn jong.
Sommige mensen zijn niet jong.
———
Sommige mensen zijn geen kind.

Alle kinderen in deze klas zijn lief.
Alle kinderen in deze klas hebben honger.
———
Iedereen die lief is heeft honger.

Als Hans jarig is geeft hij een feestje.
Hans is jarig.
———
Hans geeft een feestje.

Alles wat groen is is zwart.
Gras is groen.
———
Gras is zwart.

Sommige mensen zijn dik.
Hans is dik.
———
Hans is een mens.

Geen dier is een plant.
Geen boom is een dier.
———
Alle bomen zijn planten.

Alle mensen zijn sterfelijk.
Socrates is een mens.
———
Socrates is sterfelijk.

s	= *Socrates*
M	= *is menselijk*
Mx	= *x is menselijk*
S	= *is sterfelijk*
Sx	= *x is sterfelijk*