

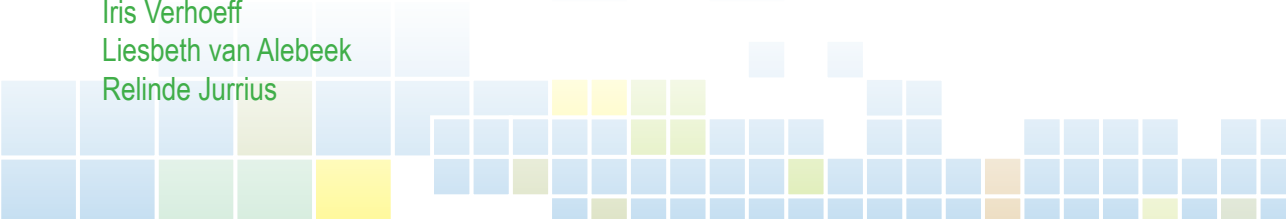


Van hagelslag tot vlinderslag

Toepassingen van de wiskunde

Uitwerkingen

Annemarijn Blom
Iris Verhoeff
Liesbeth van Alebeek
Relinde Jurrius





Inhoud

Letter voor letter	3
Oeps, foutje!	6
Sleutels zonder sloten	9
Krijg het heen en weer	11
Aan de slag met hagelslag	13
Op het juiste spoor	19
Metten is weten	21
Wie tegen wie?	23
Waarom is een bal rond?	28

Letter voor letter

pagina 5

Stel je hebt het woord wiskunde opgeslagen. Als de computer de derde letter hiervan zoekt, bij de hoeveelste bit moet de computer dan beginnen? En hoeveel bits moet de computer dan lezen om deze letter te kunnen laten zien?

De computer moet bij de 17e bit beginnen. Deze moet dan 8 bits lezen.

Welke unieke combinaties van enen en nullen kun je maken met 3 bits?

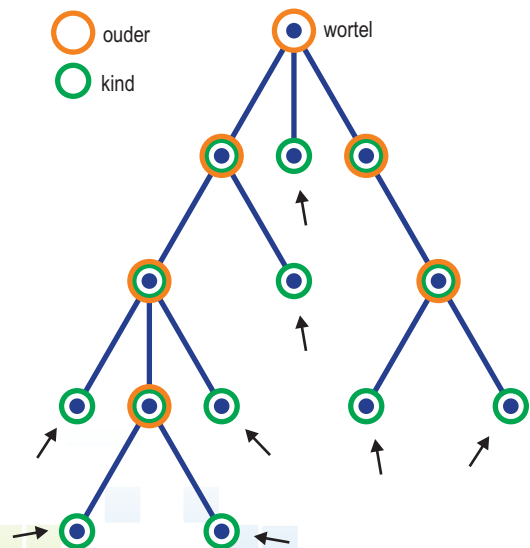
000
001
010
100
011
101
110
111

Hoeveel unieke combinaties zijn dit? Hoeveel letters kun je dus coderen met 3 bits?

8

pagina 8

Schrijf wortel bij de wortel van deze boom, en zet een pijltje bij alle bladeren. Zet nu ook een cirkel om alle punten die ouder zijn en met een ander kleurtje een cirkel om alle kinderen.



Voer stap 2 van het algoritme uit. Oftewel, sorteer de lijst hierboven.

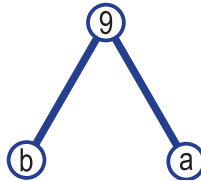
- e 14
- d 11
- b 5
- a 4
- c 3
- f 3

pagina 9

Voer nu zelf één keer stap 3, 4 en 5 uit.

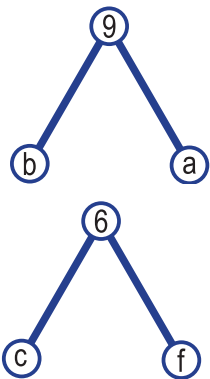
Van b en a maken we een boom met b links en a rechts. De frequenties tellen we bij elkaar op en zetten we in de wortel. $5 + 4 = 9$, dus de wortel wordt 9.

We krijgen de volgende boom:



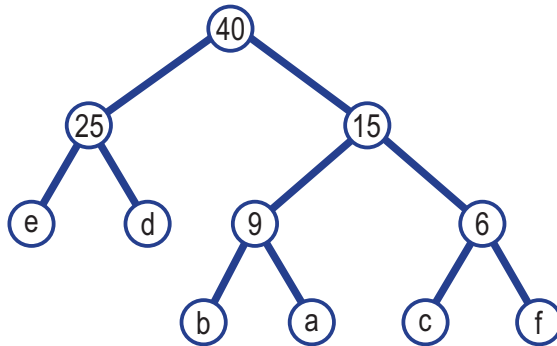
Nu gaan we onze lijst opnieuw maken met de nieuwe boom op de plek waar frequentie 9 komt. We krijgen de volgende lijst:

- e 14
- d 11



pagina 10

Maak nu het algoritme zelf verder af voor de rest van de lijst. Als je alles goed doet eindig je met een boom met 40 als wortel.



Maak nu een tabel met alle zes de letters uit de frequentietabel, en ga voor elk van deze letters deel twee van het algoritme door. Hiervoor gebruik je de boom die je zelf gemaakt hebt.

- a 101
- b 100
- c 110
- d 01
- e 00
- f 111

pagina 11

Voer dit algoritme uit voor 1 0 1. Welke letter is dit?

a

Voor het algoritme uit voor 1 0 0 1 0 1 1 1 1 0 1 0 0 1 1 0.

bafdec

Oeps, foutje!

pagina 14

Wat moet de pariteitsbit worden bij de volgende rijtjes van 7 bits?

1 0 0 1 0 0 0 **0**
0 1 1 1 1 1 1 **0**
0 0 1 0 1 1 0 **1**
0 0 0 0 0 1 0 **1**

pagina 15

Stel dat je 1 0 1 0 1 of 1 0 1 0 0 ontvangt, ben je dan net zo zeker van wat de oorspronkelijke bit was als wanneer je 1 0 1 1 1 had ontvangen?

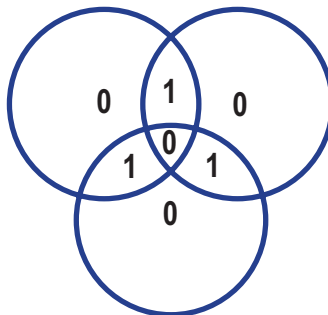
Nee, bij 1 0 1 1 1 heb je vier keer dezelfde herhaling ontvangen en één die afwijkend is. Dan ben je zekerder van je oorspronkelijke bit dan wanneer je een bit krijgt met maar drie dezelfde herhalingen en twee afwijkingen.

pagina 16

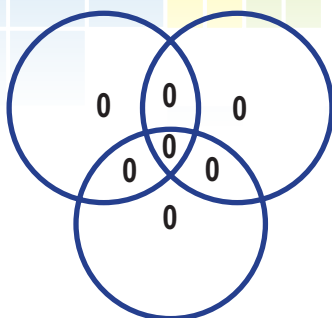
Wat moet **g** worden?

1

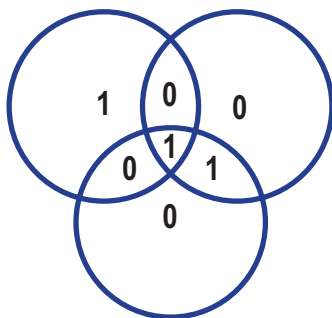
Codeer de berichten **1 1 0 1**, **0 0 0 0** en **0 0 1 1** met behulp van de cirkels.



geeft 1101000.



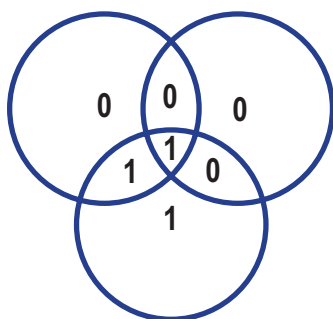
geeft 0000000.



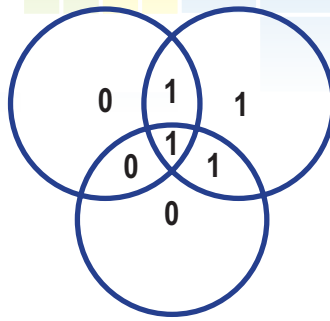
geeft 0011100.

pagina 17

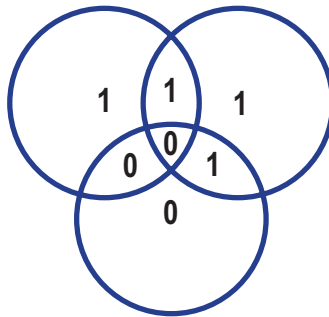
Decodeer de volgende ontvangen woorden: 0 1 1 0 0 0 1, 1 0 1 1 0 1 0 en 1 0 0 1 1 1 0.



De 0 op plek d is fout, het oorspronkelijke bericht is dus 0111.



Alle cirkels bevatten een even aantal enen, dus het oorspronkelijke bericht is 1011.



De 1 op plek d is fout, dus het oorspronkelijke bericht is 1000.

pagina 17

Kies je eigen bericht en codeer dit. Verander nu maximaal één van de zeven bits. Laat vervolgens iemand anders dit decoderen. (Als je dit samen met iemand doet kun je ondertussen zelf hun bericht decoderen.)

Als het goed is kan de ander de fout vinden en verbeteren en dus je oorspronkelijke bericht ontdekken.

Codeer een zelfgekozen bericht en verander twee bits. Decodeer het veranderde woord. Krijg je het goede bericht terug?

Nee, als er 2 fouten zitten in het woord, dan klopt er een andere plek in de cirkels niet. Daardoor “verbeter” je dan de verkeerde bit en krijg je niet je oorspronkelijke bericht terug.

Kan een gecodeerd bericht bestaan uit één 1 en zes nullen? Waarom wel/niet?

Als je het bericht juist codeert, staan er in elke cirkel een even aantal enen. Één 1, is niet een even aantal enen. Dus je kunt hooguit een bericht ontvangen dat door een foutje uit één 1 en zes nullen bestaat, het is geen codering die je zelf kan maken.

Sleutels zonder sloten

pagina 17

Schrijf nu zelf de sleutel uit voor een Caesarcode waarin elke letter 3 plekken verschoven is. Zet boven alle letters van het alfabet en eronder de versleutelde versie.

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C

Gebruik je sleutel om de volgende zin te ontcijferen:
Jhihoflwhhug, mh khew gh frgh jhnuddnw!

Gefeliciteerd, je hebt de code gekraakt!

pagina 21

Bereken de volgende vermenigvuldigingen.

- $3 \times 5 \text{ modulo } 7 = 1$ (2 rest 1)
- $4 \times 4 \text{ modulo } 7 = 2$ (2 rest 2)
- $5 \times 6 \text{ modulo } 11 = 8$ (2 rest 8)
- $7 \times 9 \text{ modulo } 11 = 8$ (5 rest 8)
- $2 \times 4 \text{ modulo } 5 = 3$ (1 rest 3)
- $1 \times 2 \text{ modulo } 5 = 2$ (0 rest 2)

pagina 22

Bereken de volgende delingen.

- $6 \div 2 \text{ modulo } 7 = 3$
- $6 \div 5 \text{ modulo } 7 = 4$
- $5 \div 9 \text{ modulo } 11 = 3$
- $4 \div 7 \text{ modulo } 11 = 10$
- $2 \div 1 \text{ modulo } 5 = 2$
- $4 \div 3 \text{ modulo } 5 = 3$

pagina 23

Welk bericht stuurt ze naar Bob?

$$6 \times 2 = 5 \text{ modulo } 7$$

pagina 24

Bereken de gezamenlijke sleutel van Alice en Bob, door stap 3 van het algoritme uit te voeren.

$$\text{Bob: } 4 \times 6 \text{ modulo } 7 = 3$$

$$\text{Alice: } 5 \times 2 \text{ modulo } 7 = 3$$

Ze komen dus inderdaad allebei op 3 uit, dit is hun gezamenlijke sleutel

pagina 25

Controleer of het resultaat van deze ontsleuteling door Bob inderdaad hetzelfde is als de onversleutelde boodschap van Alice.

$$51 \times 41 = 2091$$

$$2091 \div 55 = 38 \text{ rest } 1$$

$$51 \times 41 = 1 \text{ modulo } 55$$

pagina 26

Welk bericht stuurt ze naar Bob?

Het bericht dat ze wil versturen, 2, keer de publieke sleutel van Bob, 3, modulo 7.

$$2 \times 3 = 6 \text{ modulo } 7$$

Controleer of het resultaat van deze ontsleuteling door Bob inderdaad hetzelfde is als de onversleutelde boodschap van Alice.

Het bericht wat hij van Alice ontving, vermenigvuldigt met zijn geheime sleutel, moet de onversleutelde boodschap van Alice geven:

$$6 \times 5 = 2 \text{ modulo } 7$$

Krijg het heen en weer

pagina 27

Wat is de graad van punt D?

2

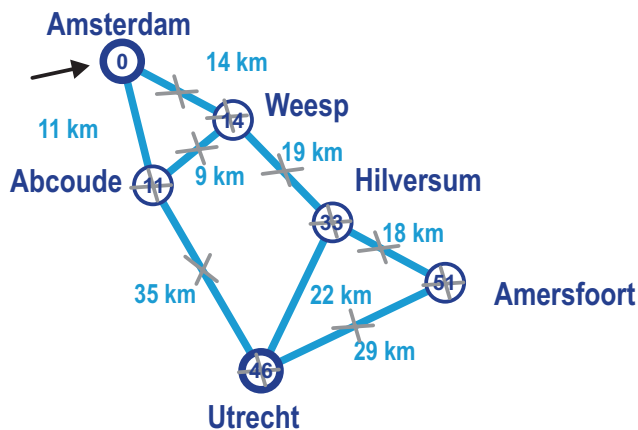
pagina 28

Welke van deze grafen zijn samenhangend?

1, 3 en 4

pagina 32

Volg nu zelf het algoritme tot je een kruisje door de cirkel bij Utrecht hebt gezet.

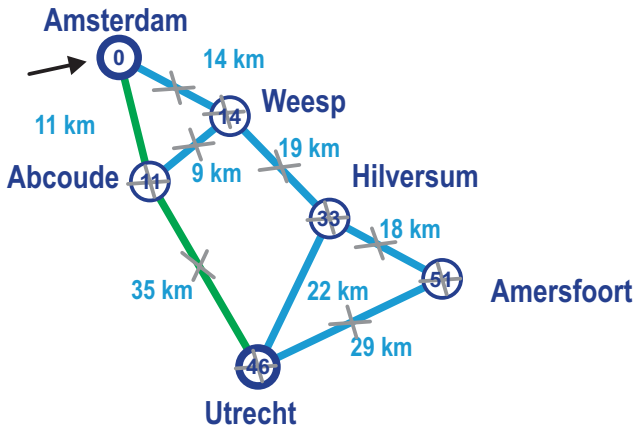


Hoe lang is die kortste route?

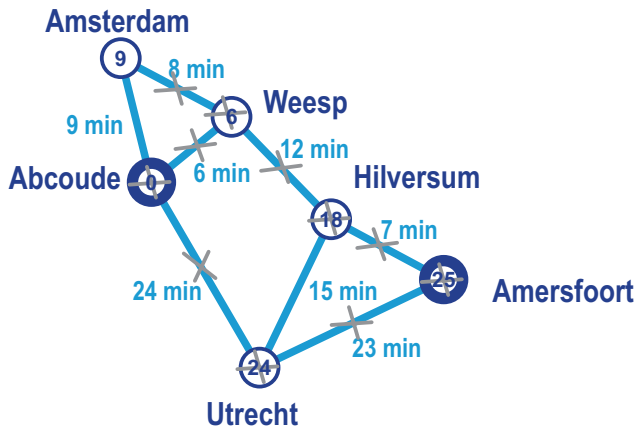
De lengte van de kortste route staat in je eindpunt, dus 46 km.

Vind de kortste route terug en geef hem aan in de graaf, bijvoorbeeld met een kleurtje. Denk terug aan de stappen die je eerder hebt gemaakt bij het vinden van de kortste route.

Waar kwam je vandaag toen je het getal invulde dat nu in het rondje bij Utrecht staat? Dat is de laatste stap van de kortste route. Zo kun je terugwerken naar je startpunt, dit geeft de kortste route.



Vind de snelste route tussen Abcoude en Amersfoort in de graaf hierboven. Gebruik het algoritme.



De snelste route gaat via Weesp en Hilversum naar Amersfoort en duurt 25 minuten.

Hoe zou dat komen? Welke dingen zorgen ervoor dat je niet overal de maximumsnelheid kunt rijden?

Als er ander verkeer is, moet je daar misschien voor stoppen of wachten. Bijvoorbeeld bij kruispunten of zebra's. Stoppen en weer gaan rijden kost tijd, dus je rijdt dan niet het hele stuk even snel.

Aan de slag met hagelslag

pagina 36

Leg voor de volgende bedrijven uit waar ze op moeten letten met voorraadbeheer.

- *Een bloemist op het station*

Bloemen blijven niet zo lang goed. Je wil er dus niet teveel op voorraad hebben: als ze overblijven en je moet ze weggooien, kan je er geen geld meer mee verdienen.

- *Een bankkantoor*

Veel dingen die een bank verkoopt, zijn geen fysieke dingen. Daar hoef je dus geen magazijn voor te hebben. Voor het opslaan van geld is juist een extra beveiligde kluis nodig. Ook wil je niet teveel geld ter plekke opslaan, omdat dan de kans op overvallen groter wordt.

- *Een supermarkt*

Er zijn heel veel verschillende artikelen in de supermarkt. Hoeveel plek er beschikbaar is voor het opslaan van voorraad, hangt dus af van hoeveel voorraad je van alle andere producten hebt. Ook hier zijn bederfelijke goederen (groente en fruit, zuivel, brood) waarvan je niet teveel op voorraad wil hebben.

- *Een vliegtuigmaatschappij*

De maaltijden in een vliegtuig kun je niet lang bewaren. Kerosine, de brandstof voor een vliegtuig, dan weer wel. Maar je moet het veilig opslaan. Denk ook aan de vliegtickets die verkocht worden: die worden waardeloos zodra de vlucht vertrokken is, dus dan moet je voorraad op zijn.

pagina 38

Een doosje van 10 potloden kost 2,50 euro. Per bestelling betaal je ook 3,95 euro verzendkosten en 2 euro administratiekosten. Hoeveel moet je betalen voor een bestelling van 100 potloden?

100 potloden zijn $100 / 10 = 10$ doosjes. Je betaalt in totaal $10 * 2,50 + 3,95 + 2,00 = 30,95$ euro.

Hoeveel moet je betalen als je deze 100 potloden in 10 bestellingen van elk 10 potloden zou bestellen?

Per bestelling koop je dan 1 doosje. Dat kost $1 * 2,50 + 3,95 + 2,00 = 8,45$ euro. Je moet 10 bestellingen doen, dus in totaal kost het $10 * 8,45 = 84,50$ euro.

Als je alleen naar de bestelkosten kijkt, hoe vaak wil je dan potloden bestellen?

Zo min mogelijk. Hoe vaker je bestelt, hoe hoger de bestelkosten zijn. In dit geval wil je alle potloden in één keer bestellen.

Maakt het voor het beantwoorden van de vorige vraag uit hoe duur een doosje potloden is?

Nee: je betaalt altijd $10 * 2,50 = 25,00$ euro voor de potloden zelf. Alleen de bestelkosten verschillen.

Laten we weer eens kijken naar de 100 potloden van hiervoor. Het duurt een maand voordat een doosje van 10 potloden op is. We doen dus 10 maanden met deze potloden.

Het kost 0,10 euro om een doosje potloden een maand op te slaan.

Stel dat je de 100 potloden allemaal tegelijk koopt.

- *Hoeveel doosjes potloden liggen er elke maand gemiddeld op de plank?*
- *Hoeveel betaal je per maand aan opslag?*

Beantwoord deze vragen door het invullen van de volgende tabel:

Maand	Aantal potloden aan het begin	Aantal potloden aan het eind	Gemiddeld aantal potloden	Kosten
1	100	90	95	9,50
2	90	89	85	8,50
3	80	70	75	7,50
4	70	60	65	6,50
5	60	50	55	5,50
6	50	40	45	4,50
7	40	30	35	3,50
8	30	20	25	2,50
9	20	10	15	1,50
10	10	0	5	0,50
Totaal	—	—	—	50,00

Wat zijn de totale kosten voor de opslag?

50 euro

Stel nu dat we iedere maand een nieuw doosje potloden bestellen. Vul de onderstaande tabel verder in:

Maand	Aantal potloden aan het begin	Aantal potloden aan het eind	Gemiddeld aantal potloden	Kosten
1	10	0	5	0,50
2	10	0	5	0,50
3	10	0	5	0,50
4	10	0	5	0,50
5	10	0	5	0,50
6	10	0	5	0,50
7	10	0	5	0,50
8	10	0	5	0,50
9	10	0	5	0,50
10	10	0	5	0,50
Totaal	—	—	—	5,00

Wat zijn nu de totale kosten voor de opslag?

5 euro

Als je alleen naar de opslag kijkt, hoe vaak wil je dan potloden bestellen?

Zo vaak mogelijk. Hoe vaker je besteld, hoe minder voorraad je hoeft aan te houden, dus hoe lager de opslagkosten zijn. In dit geval wil je elke maand nieuwe potloden voor de volgende maand bestellen.

Wat zijn de kosten voor bestellen en opslag samen als je in één keer 100 potloden bestelt? En wat als je iedere maand een doosje bestelt? Hoe vaak zou jij bestellen?

Als je in één keer bestelt, zijn de totale kosten voor bestellen en opslag samen $5,95 + 50,00 = 55,95$. Als je iedere maand bestelt, zijn de totale kosten $55,95 + 5,00 = 60,95$. Het is dus net iets goedkoper om alles in één keer te bestellen.

pagina 41

Vul de volgende tabel in voor model 1. Leveringen zijn altijd aan het begin van de maand. Farida heeft al een aantal nullen ingevuld.

Maand	Levering	Kosten levering	Voorraad begin	Voorraad eind	Voorraad gemiddeld	Kosten opslag
1	240	100	240	210	225	2.700
2	0	0	210	180	195	2.340
3	0	0	180	150	165	1.980
4	0	0	150	120	135	1.620
5	0	0	120	90	105	1.260
6	0	0	90	60	75	900
7	0	0	60	30	45	540
8	0	0	30	0	15	180
Totaal	240	100	—	—	—	11.520

Wat zijn de totale kosten (levering plus opslag) in dit model?

$$100 + 11.520 = 11.620 \text{ euro.}$$

pagina 42

Vul nu de tabel in voor model 2. Farida heeft ook hier alvast wat getallen ingevuld.

Maand	Levering	Kosten levering	Voorraad begin	Voorraad eind	Voorraad gemiddeld	Kosten opslag
1	30	100	30	0	15	180
2	30	100	30	0	15	180
3	30	100	30	0	15	180
4	30	100	30	0	15	180
5	30	100	30	0	15	180
6	30	100	30	0	15	180
7	30	100	30	0	15	180
8	30	100	30	0	15	180
Totaal	240	800	—	—	—	1.440

Wat zijn de totale kosten (levering plus opslag) in dit model?

$$800 + 1.440 = 2.240 \text{ euro.}$$

Vul de tabel verder in voor model 3.

Dag	Tekort	Kosten tekort	Levering	Kosten levering	Voorraad	Kosten opslag
0	0	0	40	100	40	0
10	0	0	0	0	30	140
20	0	0	0	0	20	100
30	0	0	0	0	10	60
40	0	0	0	0	0	20
50	10	20	50	100	40	0
60	0	0	0	0	30	140
70	0	0	0	0	20	100
80	0	0	0	0	10	60
90	0	0	0	0	0	20
100	10	20	50	100	40	0
110	0	0	0	0	30	140
120	0	0	0	0	20	100
130	0	0	0	0	10	60
140	0	0	0	0	0	20
150	10	20	50	100	40	0
160	0	0	0	0	30	140
170	0	0	0	0	20	100
180	0	0	0	0	10	60
190	0	0	0	0	0	20
200	10	20	50	100	40	0
210	0	0	0	0	30	140
220	0	0	0	0	20	100
230	0	0	0	0	10	60
240	0	0	0	0	0	20
Totaal	—	80	240	500	—	1.600

Wat zijn de totale kosten (tekort plus levering plus opslag) in dit model?

De totale kosten zijn $500 + 1600 + 80 = 2.180$ euro.



Welk model denk je dat Farida kiest voor het bestellen?

Farida zal model 3 kiezen, want dat is het goedkoopste. Alles in één keer bestellen (model 1) is erg duur omdat je dan heel veel voorraad aanhoudt. Iedere maand bestellen (model 2) is een stuk goedkoper. Maar het kan nog een stukje goedkoper, door telkens een klein tekort te laten ontstaan (model 3).

Op het juiste spoor

pagina 44

Stel, je wil van Groningen naar Arnhem met de trein. Kan je een paar dingen bedenken waar je rekening mee moet houden om een trein daar te laten rijden?

Je moet een treinstel hebben, machinist, conducteur. Er moet een perron vrij zijn in Groningen als je vertrekt en in Arnhem als je aankomt. Je moet ook weten hoe lang de trein er over doet en waar deze allemaal stopt, en hoe lang hij overal stopt. (Als er enkele sporen zijn, moeten er geen tegenliggende treinen komen.)

pagina 45

Om te kijken of je het snapt kan je de volgende voorbeelden proberen uit te rekenen.

$$51 \text{ modulo } 24 = 3$$

$$172 \text{ modulo } 60 = 52$$

$$72 \text{ modulo } 24 = 0$$

pagina 46

Welke som hoort bij de treinreis van Den Bosch naar Eindhoven?

$$[\text{aankomsttijd Eindhoven}] - [\text{vertrektijd Den Bosch}] = 18 \text{ of } 19$$

Wat is een oplossing voor de volgende tijden die geschikt is voor de dienstregeling?

Vertrek Utrecht: 13:00 Aankomst Den Bosch: 13:28

Vertrek Den Bosch: 13:00 Aankomst Eindhoven: 13:48

Dit is een voorbeeld van een antwoord, maar er zijn heel veel mogelijkheden. Als we beginnen met Utrecht 13:00 zoals hier, kan Aankomst Den Bosch ook 13:27 of 13:29 zijn, en gaan we daarmee door. Je kan het antwoord zelf checken door de volgende sommen voor de minuten te checken:

$$[\text{aankomsttijd Den Bosch}] - [\text{vertrektijd Utrecht}] = 27, 28 \text{ of } 29$$

$$[\text{vertrektijd Den Bosch}] - [\text{aankomsttijd Den Bosch}] = 2 \text{ of } 3$$

$$[\text{aankomsttijd Eindhoven}] - [\text{vertrektijd Den Bosch}] = 18 \text{ of } 19$$

Nu voegen we een treinrit 3 toe. Deze trein rijdt van Roosendaal naar Rotterdam. Demian wil mensen in Roosendaal 2 of 3 minuten geven om hierin te stappen. Welke regels moet hij toevoegen om dit mogelijk te maken?

$$[\text{vertrektijd Roosendaal van treinrit 3}] - [\text{aankomsttijd Roosendaal treinrit 2}] = 2 \text{ of } 3$$

pagina 47

Welke regels moet je nu toevoegen voor treinrit 4 om te zorgen dat er minstens 3 minuten tussen deze trein en treinrit 4 zitten? (Tip: wat is de regel als treinrit 4 minstens 3 minuten weg moet zijn voor treinrit 1? Wat als hij pas 3 minuten nadat treinrit 1 weg is aan mag komen?)

$$[\text{aankomsttijd Utrecht treinrit 1}] - [\text{vertrektijd Utrecht treinrit 4}] = 3 \text{ of hoger}$$
$$[\text{aankomsttijd Utrecht treinrit 4}] - [\text{vertrektijd Utrecht treinrit 1}] = 3 \text{ of hoger}$$

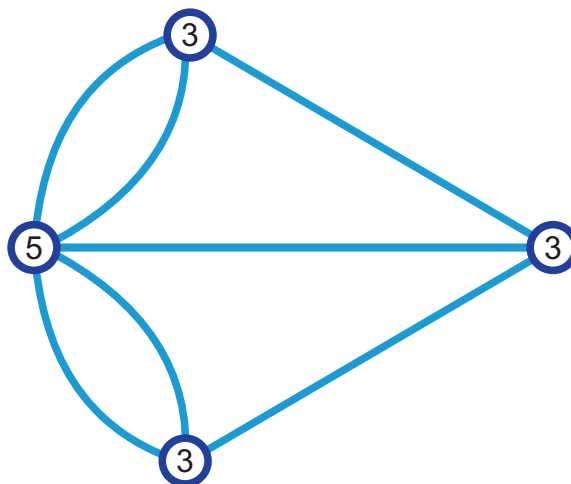
pagina 48

Probeer een paar manieren om over de bruggen te lopen in het plaatje hierboven

Zoals je waarschijnlijk gemerkt hebt kom je vanzelf bij een brug waar je al over geweest bent, terwijl er ook nog bruggen zijn die je niet bewandeld hebt.

pagina 49

Wat is de graad van elk van de punten in deze graaf?



Metten is weten

pagina 53

Kan je bedenken waarom niet?

- Je hebt een betere “lijn” gereden (bijvoorbeeld doordat je overal een scherpe binnenbocht nam) en dus een kortere afstand afgelegd. Je tegenstander had misschien een hogere snelheid, maar heeft een langere afstand afgelegd dus komt later over de finish.
- Je hebt sneller gereageerd op het startschot, en was dus eerder weg. Je tegenstander heeft misschien de afstand in een snellere tijd afgelegd, maar komt alsnog later over de finish vanwege de tijd aan het begin.

pagina 54

Hoeveel centimeter verschilt dit als je 8 baantjes zwemt?

6 centimeter per baantje, dus $6 \times 8 = 48$ centimeter

Stel, het baantje van Larsson is 6 cm langer dan het baantje van McKee, maar ze zwemmen even snel, namelijk met 1,47 meter per seconde. Hoeveel tijd verschil zit er tussen het moment dat McKee en Larsson finishen als ze 8 baantjes zwemmen?

1,47 meter per seconde is hetzelfde als 147 centimeter per seconde. Het tijdsverschil is dus ongeveer $6 \text{ cm} / 147 \text{ cm/s} = 0,04$ seconde.

pagina 55

Kan je een manier bedenken waarop je de afstand van een ronde baan of bocht kan meten?

Bijvoorbeeld een touwtje langs de bocht leggen en daarna het stuk touw meten. Of stappen tellen en meten hoe lang je stap is.

pagina 57

Stel dat je de diameter van de baan groter maakt. Worden de rechte stukken dan korter of langer?

Deze worden korter, aangezien het totaal samen nog steeds 400 meter moet worden.

Hoe lang zijn de rechte stukken als de diameter van de baan 70 meter is? En als de diameter van de baan 84 meter is? Klopt dat met wat je in de vorige opgave hebt bedacht?

We tellen weer 30 centimeter aan beide kanten er bij op.

Voor 70 meter:

De cirkelvormige stukken zijn samen $70,6 * \pi = 221,80$ meter.

De rechte stukken moeten dan samen $400 - 221,80 = 178,20$ meter zijn.

Per recht stuk is dat dus $178,20 / 2 = 89,10$ meter.

Voor 84 meter:

De cirkelvormige stukken zijn samen $84,6 * \pi = 265,78$ meter.

De rechte stukken moeten dan samen $400 - 265,78 \text{ meter} = 134,22$ meter zijn.

Per recht stuk is dat dus $134,22 / 2 = 67,11$ meter.

Wie tegen wie?

pagina 59

Vul de teamnamen in in de bovenste rij.

Team	Aanvallers	Bengels	Champignons	Doeltreffers	E-sporters	Favorieten
Aanvallers						
Bengels						
Champignons						
Doeltreffers						
E-sporters						
Favorieten						

pagina 60

Zet kruisjes op de plekken waar een team tegen zichzelf zou spelen.

Team	Aanvallers	Bengels	Champignons	Doeltreffers	E-sporters	Favorieten
Aanvallers	x					
Bengels		x				
Champignons			x			
Doeltreffers				x		
E-sporters					x	
Favorieten						x

Vul nu deze hele rij in.

Team	Aanvallers	Bengels	Champignons	Doeltreffers	E-sporters	Favorieten
Aanvallers	x	1	2	3	4	5
Bengels	x	x				
Champignons	x	x	x			
Doeltreffers	x	x	x	x		
E-sporters	x	x	x	x	x	
Favorieten	x	x	x	x	x	x

Vul de kolommen van *Champignons*, *Doeltreffers* en *E-sporters* in.

Team	Aanvallers	Bengels	Champignons	Doeltreffers	E-sporters	Favorieten
Aanvallers	x	1	2	3	4	5
Bengels	x	x	3	4	5	
Champignons	x	x	x	5	1	
Doeltreffers	x	x	x	x	2	
E-sporters	x	x	x	x	x	
Favorieten	x	x	x	x	x	x

Vul de kolommen van *Champignons*, *Doeltreffers* en *E-sporters* in.

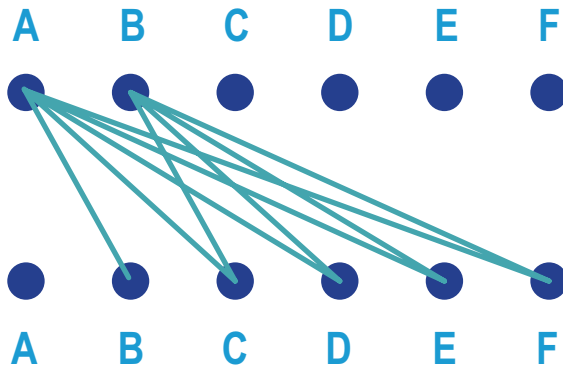
Team	Aanvallers	Bengels	Champignons	Doeltreffers	E-sporters	Favorieten
Aanvallers	x	1	2	3	4	5
Bengels	x	x	3	4	5	1
Champignons	x	x	x	5	1	2
Doeltreffers	x	x	x	x	2	3
E-sporters	x	x	x	x	x	4
Favorieten	x	x	x	x	x	x

Vul de de laatste kolom in.

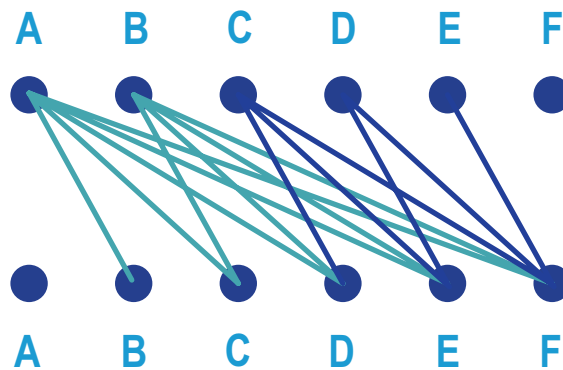
Tip: vind je het moeilijk om het laatste hokje in te vullen? Probeer dan eens te bedenken wat er op het kruisje komt door naar de kolom van de E-sporters te kijken.

Team	Aanvallers	Bengels	Champignons	Doeltreffers	E-sporters	Favorieten
Aanvallers	x	1	2	3	4	5
Bengels	x	x	3	4	5	2
Champignons	x	x	x	5	1	4
Doeltreffers	x	x	x	x	2	1
E-sporters	x	x	x	x	x	3
Favorieten	x	x	x	x	x	x

Teken de lijnen vanuit punt A en B.

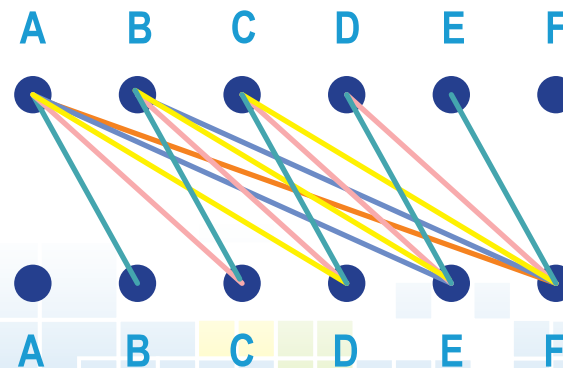


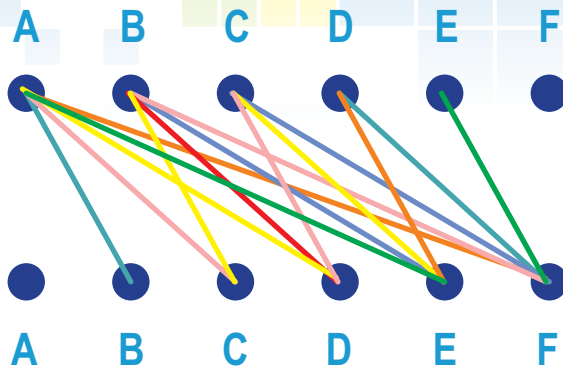
Teken de rest van de lijnen.



Kleur de lijnen van je bipartiete graaf.

Deze kleuring kan op een heleboel manieren. Zo lang je niet twee lijnen met dezelfde kleur uit 1 punt laat komen, voldoet het aan de regels. Dat kan bijvoorbeeld op de volgende twee manieren:





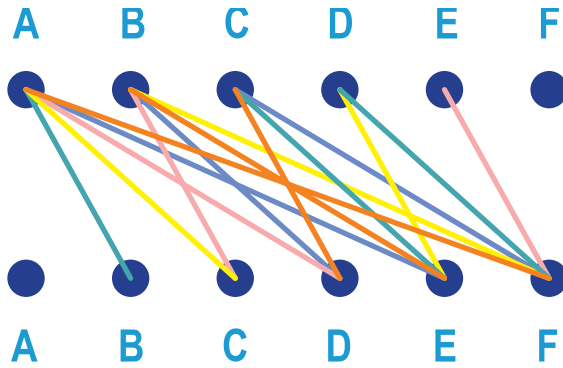
pagina 63

Hoeveel wedstrijden worden er in totaal gespeeld?

15

Teken een nieuwe bipartiete graaf en kleur deze volgens de nieuwe regels.

Ook dit kan weer op verschillende manieren. Controleer of jouw graaf door te kijken of beide punten met dezelfde letter samen, geen twee keer dezelfde kleur lijn hebben. Dat is bijvoorbeeld bij de volgende graaf het geval:



Schrijf het nieuwe wedstrijdrooster uit voor jouw eigen graaf.

Dit antwoord verschilt per graaf. Als voorbeeld gebruiken we onze graaf hierboven. Allereerst bedenken we welke kleur welke ronde is. Bijvoorbeeld:

Groen is ronde 1
Geel is ronde 2
Roze is ronde 3
Blauw is ronde 4
Oranje is ronde 5

Daarna gaan we kijken welke wedstrijden er iedere ronde zijn. Voor de eerste ronde zijn dat dus alle wedstrijden tussen teams die met een groene lijn verbonden zijn.

Ronde 1: A tegen B, C tegen E en D tegen F
Dat doen we voor elke ronde.
Ronde 2: A tegen C, B tegen F en D tegen E
Ronde 3: A tegen D, B tegen C en E tegen F
Ronde 4: A tegen E, B tegen D en C tegen F
Ronde 5: A tegen F, B tegen E en C tegen D

Om dit voor je eigen graaf te doen bedenk je dus eerst welk kleurtje bij welke ronde hoort en daarna kijk je welke wedstrijden dan in iedere ronde gespeeld worden.

Waarom is een bal rond?

pagina 66

Welke regelmatige veelhoeken komen voor als zijkant van een platonisch veelvlak?

Driehoek, vierkant en vijfhoek.

pagina 68

Welke veelhoeken komen samen in een hoekpunt van de kubus? En bij de voetbal?

Bij een kubus komen drie vierkanten samen in een hoekpunt. Bij een voetbal komen een vijfhoek en twee zeshoeken samen.

Kijk nog eens naar de bouwplaat van de voetbal. Kies een hoekpunt en teken er een kleine cirkel omheen. Moet je hier verder of minder ver vouwen dan bij de kubus?

Kies hiervoor een hoekpunt waar ook echt een vijfhoek en twee zeshoeken samenkomen. Je ziet dan dat je hier veel minder ver hoeft te vouwen.

pagina 69

Welke letters zijn nog meer spiegelsymmetrisch?

B, C, D, H, I, K (hangt af van het lettertype), M, O, T, U, V, W, X, Y

Welke letters zijn nog meer draaisymmetrisch?

H, I, N, O, S, X

*Als je de voetbal oppompt, welke veelhoeken komen dan het strakst te staan?
De vijfhoeken of de zeshoeken?*

De zeshoeken. Een bal zet, net als een ballon, uit naar buiten als je hem opblaast. Maar de vijfhoeken staan al verder naar buiten dan de zeshoeken, dus de zeshoeken zullen eerst uitzetten.

pagina 70

De vijfhoekjes blijven wel regelmatig. Wat moet je hiermee doen om te compenseren voor de reepjes die je van de zeshoekjes afsnijdt?

De vijfhoeken moeten groter gemaakt worden, elke zijde moet het stukje wat de zeshoeken nu missen compenseren.

Uit hoeveel lapjes bestaat een traditionele zwart-wit voetbal?

12 vijfhoeken en en 20 zeshoeken, in totaal dus 32 lapjes.

pagina 71

Uit hoeveel stukken bestaat een volleybal?

Uit 18 stukken/lapjes.

Wat valt je nog meer op aan het ontwerp van een volleybal als je die vergelijkt met een standaard voetbal?

Er kunnen je meerdere dingen opvallen. Bijvoorbeeld dat een volleybal niet gemaakt is uit lapjes van regelmatige veelvlakken. Alle lapjes zien er ook ongeveer hetzelfde uit.